

# Trojčlenka Procenta

---

Přípravný kurz z matematiky – příprava na přijímací zkoušky na SŠ 2022

Radka Vyskočilová

# Obsah

- Trojčlenka
  - Co je to trojčlenka?
  - Přímá úměra
  - Nepřímá úměra
  - Řešení trojčlenky
  - Složená trojčlenka
  - Řešené slovní úlohy
- Procenta
  - Výpočet procentové části
  - Výpočet základu
  - Výpočet počtu procent
  - Procenta a trojčlenka



# Co je trojčlenka?

---

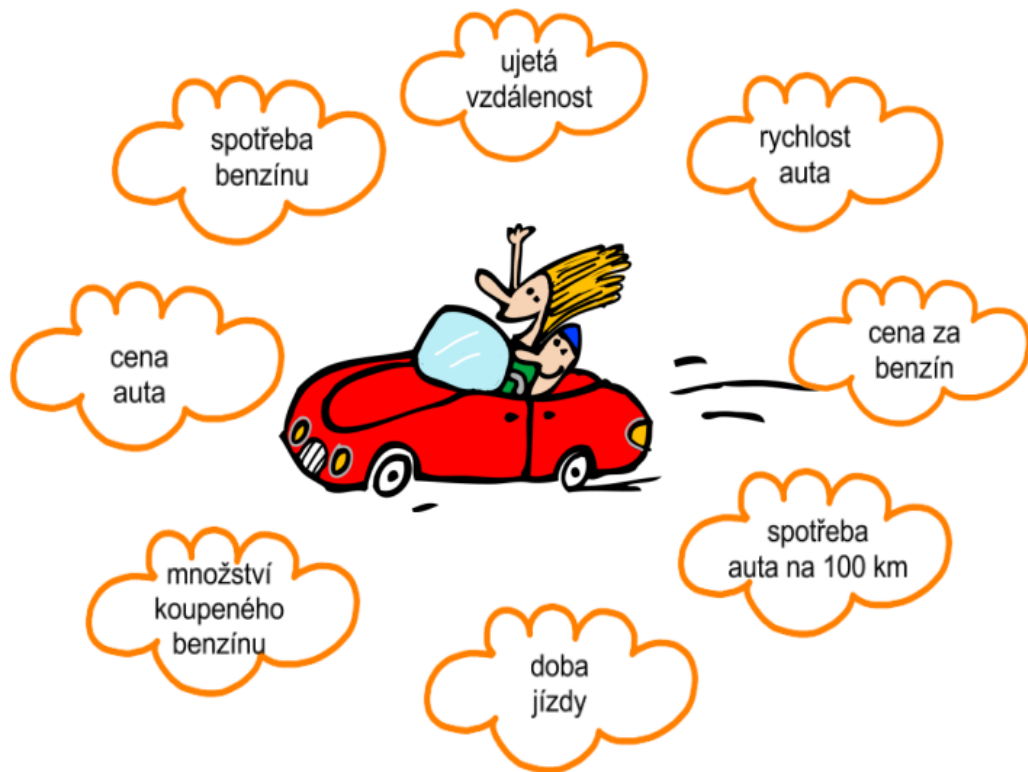
Trojčlenka je matematický postup, kterým se řeší příklady typu „čím víc, tím víc“ nebo „čím víc, tím míň“.

V prvním případě to nazýváme **přímou úměrou**, v druhém případě jde o **úměru nepřímou**.

Většinou známe tři na sobě závislé údaje a máme vypočítat čtvrtý.

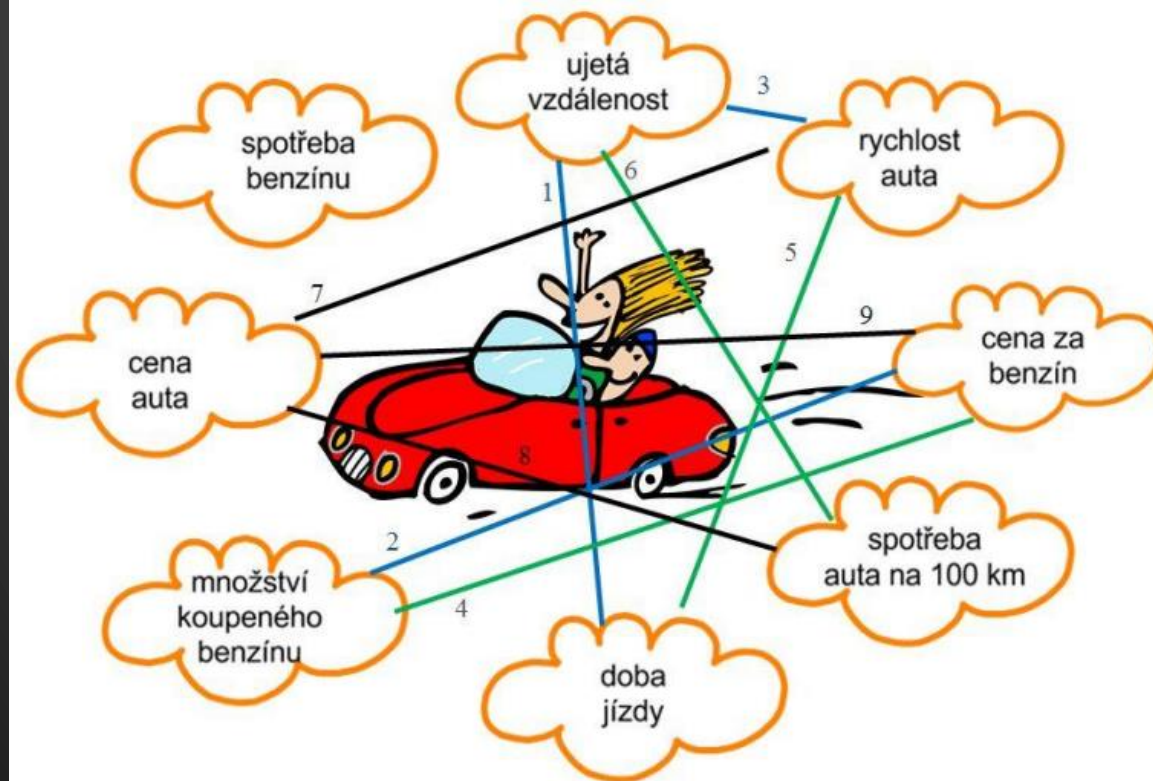
Bude to jasnější, když se koukneme na následující příklady 😊

Spoj v obrázku modrou čarou dva obláčky, které spojuje přímá úměrnost, zelenou barvou dva obláčky, mezi kterými je nepřímá úměrnost, černou barvou obláčky, mezi kterými není ani přímá, ani nepřímá úměrnost. Šipky očíslej. (Pokus se najít alespoň dvě až tři spojnice od každé barvy.)



Ke každé své šípce napiš na následující linky vysvětlení. Vyznač číslo šipky.

- 1) \_\_\_\_\_
- 2) \_\_\_\_\_
- 3) \_\_\_\_\_
- 4) \_\_\_\_\_



1. Kolikrát déle pojedeme konstantní rychlostí, tolikrát dál dojedeme.
2. Kolikrát více benzínu koupíme, tolikrát více peněz zaplatíme.
3. Kolikrát rychleji pojedeme, tolikrát dál se v konstantním čase dostaneme.
4. Kolikrát je benzín dražší, tolikrát méně si ho budu moci za 1000 Kč koupit.
5. Kolikrát větší rychlostí pojedeme, tolikrát kratší čas budeme na cestu potřebovat.
6. Kolikrát větší spotřebu naše auto má, tolikrát kratší vzdálenost ujedeme na plnou nádrž.
7. 2x dražší auto nejede 2x rychleji.
8. Dražší auto nemusí mít nižší ani vyšší spotřebu.
9. Cena auta neovlivňuje cenu benzínu.

# Přímá úměra

---

„Čím víc, tím víc.“

- Čím více článků novinář napíše, tím více peněz si vydělá.
- Čím déle necháme čerpadlo čerpat, tím více vody vyčerpáme.
- Když 1 jablko stojí 5 Kč, kolik stojí 3 jablka?
- Když školník spotřeboval 3 kýble barvy na vymalování dvou tříd, kolik kýblů potřebuje k vymalování dalších 12 tříd?

Když 1 jablko stojí 5 Kč, kolik stojí 3 jablka?



5 Kč



x Kč

Kupujete tři jablka, jedno přitom stojí 5 Kč. Víte, že za tři jablka, která koupíte, zaplatíte 15 Kč. Právě jste spočítali příklad s trojčlenkou!

Celkem se jedná o 2 proměnné (jablka, cena), které mají 4 hodnoty (1 jablko, 3 jablka, 5 Kč, 15 Kč).

Tři z nich jsou známé (1 jablko, 3 jablka, 5 Kč) a jedna je neznámá (cena za 3 jablka).

Platí, že čím více jablek, tím vyšší cena. To je přímá úměra, protože hodnota obou proměnných jde stejným směrem – zvyšuje se, jde tedy o přímou úměru.

# Nepřímá úměra

---

„Čím více, tím méně.“

- Čím více stránek knihy přečteme, tím méně nám jich zbývá do konce.
- Čím rychleji pojedeme, tím dříve se dostaneme do cíle.
- Čím rychlejší máme internet, tím dříve stáhneme film.
- Když 1 člověk přehází vagon uhlí za 30 hodin, jak dlouho to bude trvat pěti lidem?



Když 1 člověk přehází vagon uhlí za 30 hodin, jak dlouho to bude trvat pěti lidem?



Jeden člověk přehází vagon uhlí za 30 hodin, pět lidí přehází vagon za  $x$  hodin.  
Čím více bude lidí, tím méně času jim práce zabere – každá hodnota jde jiným směrem,  
to je nepřímá úměra.



# Řešení trojčlenky

## Trojčlenka přímé úměrnosti

Postup řešení úlohy, který vede

- 1) k sestavení rovnosti z poměrů s jedním neznámým členem
- 2) výpočtu tohoto neznámého členu
  - 3 členy v poměrech jsou přitom známé a 1 člen je neznámý

Cena za týden v hotelu je 7000 Kč. Kolik nás to bude stát, pokud bychom chtěli v hotelu zůstat 10 dní?

Šipka vlevo  
jde stejným  
směrem.

$$\begin{array}{l} \uparrow \quad 7 \text{ dní} \quad \dots \quad 7000 \text{ Kč} \\ \quad \quad 10 \text{ dní} \quad \dots \quad \textcircled{x} \text{ Kč} \\ \hline \frac{10}{7} = \frac{x}{7000} \end{array}$$

Šipka začíná  
od neznámé, "x"

# Řešení trojčlenky

## Trojčlenka nepřímé úměrnosti

Postup řešení úlohy, který vede

- 1) k sestavení rovnosti 2 poměrů s jedním neznámým členem
- 2) výpočtu tohoto neznámého členu
  - 3 členy v poměrech jsou přitom známé a 1 člen je neznámý

5 dělníků udělá danou práci za 20 dní, za kolik dní udělá tuto práci 10 dělníků?

- šipky směřují každá jiným směrem = znak nepřímé úměry

šipka  
vlevo  
začíná  
opačným  
směrem

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 5 \text{ dělníků} & \dots & 20 \text{ dní} & \uparrow \\ & 10 \text{ dělníků} & \dots & x \text{ dní} & \\ \hline & 5 & = & \frac{x}{20} & \end{array}$$

šipka začíná  
od neznámé "x"

# Složená trojčlenka

Při 8 hodinové pracovní době vyrobí 28 zaměstnanců za 15 pracovních dní 60 výrobků. Kolik výrobků zhotoví 20 zaměstnanců při šestihodinové pracovní době za 7 pracovních dní?

↑ 28 zaměstnanců ... 60 výrobků .. 120 hodin (8 hod x 15 dní) ↑  
↑ 20 zaměstnanců ... x výrobků .. 45 hodin (6 hod x 7 dní) ↑

$$\frac{x}{60} = \frac{20}{28} \times \frac{42}{120}$$

$$x = \frac{60 \times 20 \times 42}{28 \times 120}$$

$$x = 15$$

Čím více výrobků vyrobím, tím více potřebuji zaměstnanců.

Čím více výrobků vyrobím, tím déle to bude trvat.

20 zaměstnanců za 7 pracovních dní při 6 hodinové pracovní době vyrobí 15 výrobků.

Šest švadlen ušije 5 obleků za 3 dny. Za jak dlouho ušijí 4 švadleny 8 obleků ?

↓ 6 švadlen ... 5 obleků ↑ ... 3 dny ↑  
↓ 4 švadleny ... 8 obleků ↑ ... x dní ↑

---

$$\frac{x}{3} = \frac{6}{4} \cdot \frac{8}{5}$$

$$x = \frac{3 \cdot 6 \cdot 8}{4 \cdot 5}$$

$$x = 7,2$$

Čím déle bude šít, tím více obleků ušijí.

Čím déle bude šít, tím méně švadlen potřebují.

Čtyři švadleny ušijí 8 obleků za 7,2 dní.

# Slovní úlohy

Tři dlaždiči pracovali denně 5 hodin a vydláždili za dva dny 9 m ulice. Kolik hodin pracovali příští den 2 dlaždiči, jestliže při stejném výkonu vydláždili 4,8 m ulice?

↓ 3 dlaždiči ... 10 hodin (2 dny) ↑ 9 m ulice ↑  
↓ 2 dlaždiči ... x hodin ... 4,8 m ulice ↑

$$\frac{x}{10} = \frac{4,8}{9} \cdot \frac{3}{2}$$

$$x = 10 \cdot \frac{14,4}{18}$$

$$x = 8$$

Dva dlaždiči vydláždili 4,8 m ulice za 8 hodin.

Traktorista zapojil za traktor 2 secí stroje a zasel za 5 hodin 7 ha žita. Kolik hektarů zasel za 8 hodin příští den, jestliže zapojil 3 secí stroje?

↑ 2 stroje	...	5 hodin	↑	...	7 ha	↑
3 stroje	...	8 hodin	↑	...	x ha	↑

---

$$\frac{x}{7} = \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{5}$$

$$x = 7 \cdot \frac{24}{10}$$

$$x = 16,8$$

Při zapojení 3 strojů zasel traktorista za 8 hodin 16,8 ha žita.

Za kolik hodin a minut dojede auto z Jablonce nad Nisou do Turnova ( 24 km ), jede-li rychlostí 75 km/h?

$$\begin{array}{l} \uparrow 1 \text{ hodina} \quad \dots \quad 75 \text{ km} \quad \uparrow \\ \uparrow x \text{ hodin} \quad \dots \quad 24 \text{ km} \quad \uparrow \end{array}$$

---

$$\frac{x}{1} = \frac{24}{75}$$

$$x = 0,32$$

$$0,32 \times 60 = 19 \text{ min } 12 \text{ s}$$

Z Jablonce n/N. do Turnova dojede auto za 19min 12s.



Když budu denně číst 15 stran, přečtu knihu za 8 dní. Kolik stran musím denně číst, abych knihu přečetl o 2 dny dříve?

$$\begin{array}{l} \downarrow 8 \text{ dní} \dots 15 \text{ stran} \\ \downarrow 6 \text{ dní} \dots x \text{ stran} \end{array}$$

$$\frac{x}{15} = \frac{8}{6}$$

$$x = 15 \cdot \frac{8}{6}$$

$$x = 20$$

Abych přečetla knihu o 2 dny dříve, musím denně přečíst 20 stran.

# Procenta – Počítání s procenty

---

- Procenta obvykle označují nějakou relativní část z celku, přičemž celek jako takový se vyjádří jako 100 %. Procenta se dají vždy přepsat do zlomku.
- Procenta použijeme ve chvíli, když chceme vyjádřit část nějakého celku. Procenty můžeme nahradit výrazy jako „čtvrtina třídy dostala pětku“ nebo „každý druhý člověk je muž“.

Vždy máme nějaký celek, například celou třídu žáků, a dále říkáme, že čtvrtina z nich dostala pětku. Pokud je ve třídě 32 žáků a čtvrtina z nich dostala pětku, pak celkový počet žáků, kteří dostali pětku bude roven:

$$\frac{1}{4} \cdot 32 \Rightarrow 8 \quad \text{což je totéž jako } \frac{32}{4} = 8$$

V druhém případě můžeme mít město, řekněme Teplice. Teplice mají přibližně 50 000 obyvatel. Pokud je každý druhý obyvatel muž, pak to znamená, že polovina z nich jsou muži, zapíšeme jako:

$$\frac{1}{2} \cdot 50\,000 \Rightarrow 25\,000 \quad \text{což je totéž jako } \frac{50\,000}{2} = 25\,000$$

Dále bychom mohli říci, že „každý stý člověk v Teplicích je matematik“. Pak by platilo, že máme v Teplicích  $\frac{1}{100} \cdot 50\,000 = 500$  matematiků. „Každý stý“ je totéž jako „jedna setina obyvatel“.

Nyní můžeme zavést pojem procento. Jedno procento, značíme 1 %, značí jednu setinu z celku. To znamená, že když řekneme, že „každý stý člověk v Teplicích je matematik“ a „jedno procento lidí v Teplicích jsou matematici“, tak tím říkáme totéž. Jedno procento z celku vypočítáme tak, že celek vynásobíme  $\frac{1}{100}$  nebo vydělíme 100, to je totéž.

Procenta můžeme snadno převádět na zlomky a s nimi dále pracovat. Pokud bychom řekli, že „v Teplicích má  $x$  % lidí tmavé vlasy“, pak je to stejné, jako bychom řekli „v Teplicích má  $\frac{x}{100} \cdot 50\,000$  lidí tmavé vlasy“. 100 % pak představuje celek, tj. všechny obyvatele.

Věta „100 % žáků prošlo do dalšího ročníku“ znamená, že prošli všichni žáci. Věta „0 % žáků propadlo“ říká, že nikdo nepropadl.

Ve škole je 800 žáků, z nich je 48 % chlapců. Kolik je ve škole chlapců, kolik děvčat?

100% . . . 800 žáků  
1% . . . 8 žáků  
chlapci 48% . . .  $48 \cdot 8 = 384$  chlapců  
dívek  $100\% - 48\% = 52\%$   $52 \cdot 8 = 416$  dívek  
(neboli  $800 - 384 = 416$ )

Ve škole je 384 chlapců a 416 dívek.

## Příklady – výpočet procentové části

Urči 27,2 % z 1 800 kg

$$\begin{array}{l} 100\% \dots 1800 \text{ kg} \\ 1\% \dots 18 \text{ kg} \end{array}$$

$$27,2\% \dots 18 \cdot 27,2 = 489,6 \text{ kg}$$

$$27,2\% \text{ z } 1800 \text{ kg je } 489,6 \text{ kg.}$$

Váza stála původně 900 Kč. Její cena byla po slevě o 10 % nižší. Kolik stála váza po slevě?

$$100\% \dots 900 \text{ Kč}$$

$$1\% \dots 9 \text{ Kč}$$

$$10\% \dots 9 \cdot 10 = 90 \text{ Kč}$$

$$900 - 90 = 810$$

Váza stála po slevě 810 Kč.

## Příklady – výpočet základu

Neznámé číslo bylo zvětšeno o 15 % a dostali jsme 414. Urči neznámé číslo.

Původní číslo ... 100%  
Nové číslo ...  $100\% + 15\% = 115\%$

115% ... 414

$$1\% \dots \frac{414}{115} = 3,6$$

100% ...  $3,6 \cdot 100 = 360$

Neznámé číslo je 360.

Výroba záclon byla v podniku překročena o 6 % a vyrobilo se 1 272 m záclon. Urči plán výroby.

Plán ... 100%

Skutečnost ...  $100\% + 6\% = 106\%$

106% ... 1272 m

$$1\% \dots \frac{1272}{106} = 12 \text{ m}$$

100% ...  $12 \cdot 100 = 1200 \text{ m}$

Plán výroby byl vyrobit 1200 m záclon.

## Příklady – výpočet počtu procent

Do třídy chodí 35 žáků. V době chřipek 7 žáků onemocnělo. Kolik to bylo procent z celkového množství žáků ve třídě?

**Řešení:** 35 žáků bude základ, 7 žáků procentová část, budeme počítat počet procent.

$$Z = 35$$

$$c = 7$$

$$p = ?$$

Určíme si 1%

$$1\% \dots \frac{35}{100} = 0,35$$

Vydělíme-li počet nemocných žáků 1%, vypočítáme počet procent

$$7 : 0,35 = 20\%$$

Ve třídě bylo nemocných 20% žáků.



Ve škole je 1 000 žáků, z toho 580 dívek.

a) Kolik procent všech žáků školy tvoří dívky?

b) Kolik procent tvoří chlapci?

$$L = 1000$$

$$C = 580$$

$$P = ?$$

$$a) \begin{array}{l} 100\% \dots 1000 \\ 1\% \dots \frac{1000}{100} = 10 \end{array}$$

$$P \dots \frac{580}{10} = 58\%$$

Ve škole je 58% dívek.

$$b) 100\% - 58\% = 42\%$$

Ve škole je 42% chlapců.

## Příklad s procenty řešený trojčlenkou

Pokud využijeme k výpočtům procent trojčlenku, je třeba si zapamatovat, že jde vždy o přímou úměrnost (více procent ... větší čísla).

Do školy chodí 640 dětí, z toho je 422 dívek. Kolik procent dětí tvoří dívky a kolik chlapci?

$$\begin{array}{l} \uparrow 100\% \dots 640 \uparrow \\ x\% \dots 422 \end{array}$$

$$\frac{x}{100} = \frac{422}{640}$$

$$x = \frac{100 \cdot 422}{640}$$

$$x = 65,9\%$$

$$100\% - 65,9\% = 34,1\%$$

Do školy chodí 65,9% dívek  
a 34,1% chlapců.



### Zdroj:

- Trojčlenka a zlomky – Škola hrou. Škola hrou – Výukové hry pro malé i velké [online]. Dostupné z: <http://e-skola.zolta.cz/trojclenka-a-zlomky/>
- Trojčlenka — Matematika.cz. Matematika pro střední a základní školy — Matematika.cz [online]. Copyright © 2006 [cit. 19.02.2021]. Dostupné z: <https://matematika.cz/trojclenka>
- Počítání s procenty — Matematika.cz. Matematika pro střední a základní školy — Matematika.cz [online]. Copyright © 2006 [cit. 20.02.2021]. Dostupné z: <https://matematika.cz/procenta>