

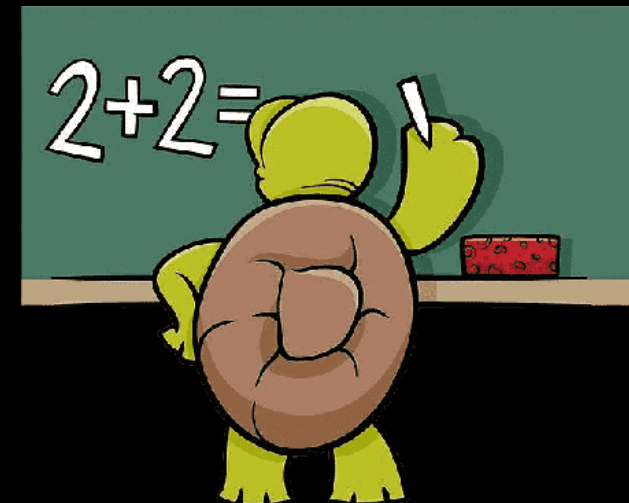
Přípravný kurz  
z matematiky 2022 –  
příprava na přijímací  
zkoušky na SŠ

Radka Vyskočilová

# ZLOMKY, ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

# OBSAH KURZU

- Zlomky
  - Co je zlomek
  - Čitatel a jmenovatel
  - Sčítání a odčítání zlomků
  - Násobení a dělení zlomků
  - Převod
  - Porovnání zlomků
  - Mocniny a odmocniny
  - Druhá mocnina
  - Druhá odmocnina
  - Řešené příklady
- Algebraické výrazy
  - Mnohočleny
  - Násobení užitím vzorců
  - Rozklad mnohočlenů na součin
  - Řešené příklady

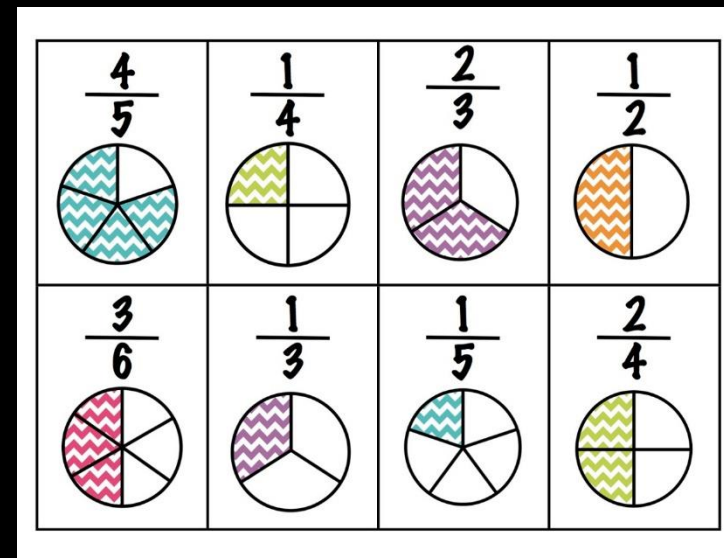


# ZLOMKY

Zlomky patří mezi nejdůležitější věci, které se ve škole učí, protože je člověk (i když někdy nevědomky) používá každý den.

Určitě už jsi dělil pizzu na několik stejných dílů nebo řezal laťku na dvě stejné části.

Je nutné, abys do této kapitoly investoval trochu více svého času, protože se se zlomky budeš setkávat hodně často.



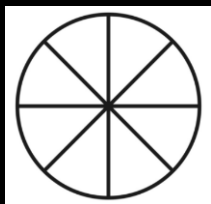
# CO JE ZLOMEK

- Zlomky byly zavedeny pro případy, kdy se nedalo počítat s celými čísly. Například, když sedlák chtěl prodat polovinu svého pole. Zlomek se dá chápat jako matematická operace dělení.
- V našem případě mám jedno pole a chci ho rozdělit na dvě části (1 : 2). My však provádíme trochu odlišný zápis – místo dělení používáme zlomkovou čáru a píšeme tedy  $\frac{1}{2}$
- Čísla, která můžeme přeměnit na zlomky, nazýváme racionální čísla. Tato číslo značíme podle latinského slova a quocient písmenem **Q**
- Tato čísla jsou definovaná jako poměr dvou celých čísel. Obecně můžeme tedy zlomky napsat jako

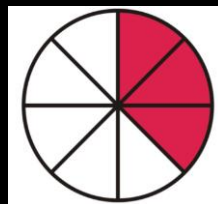
$$\frac{a}{b}; a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$$

# Celek a jeho části

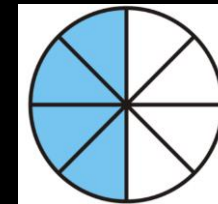
Maminka koupila koláč a rozdělila ho na 8 částí.



Martina snědla 3 části.



David snědl 4 části.

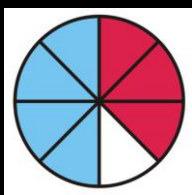


Celý koláč vyjadřuje celek. Koláč má po rozdělení celkem osm stejných částí. Martina snědla 3 části koláče, což jsou  $\frac{3}{8}$  koláče.

Číslo 3 se nazývá čitatel zlomku (kolik částí snědla), číslo 8 imenovatel zlomku (na kolik částí byl koláč rozdělen). Lomená čára se nazývá zlomková čára.

David snědl 4 části, což jsou  $\frac{4}{8}$  koláče. Číslo 4 se nazývá čitatel zlomku (kolik částí snědl), číslo 8 imenovatel zlomku (na kolik částí byl koláč rozdělen). Lomená čára se nazývá zlomková čára.

Oba dohromady snědli  $3 + 4 = 7$  částí koláče, což je  $\frac{7}{8}$  koláče.

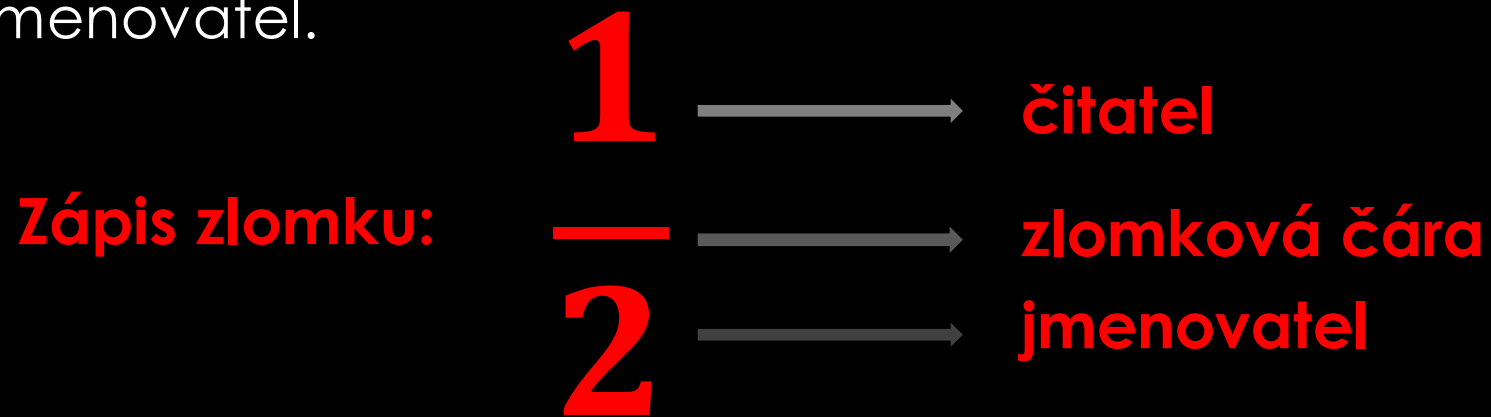


Zbylo jim z osmi částí pouze jedna část, což je  $\frac{1}{8}$  koláče. Celý koláč je rozřezán na osm částí. Snědlo se  $\frac{7}{8}$  koláče a  $\frac{1}{8}$  zbyla. Dohromady máme  $\frac{7}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8}$ .  
 $\frac{8}{8}$  je jeden celek = 1.

# ČITATEL A JMENOVATEL

Ve zlomcích se budete neustále setkávat s dvěma pojmy:  
jmenovatel a čítatel.

Číslo, které je nad zlomkovou čárou, nazýváme čítatel. Pod zlomkovou čárou se nachází jmenovatel.



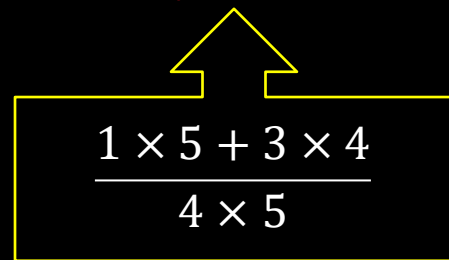
Jmenovatel zlomku nemůže být „nula“ (nulou nelze dělit!)

# SČÍTÁNÍ A ODCÍTÁNÍ ZLOMKŮ

- Zlomky převedeme na stejného (společného) jmenovatele a sečteme (odečteme) čitatele

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{5} = \frac{5+12}{20} = \frac{17}{20}$$

$$-\frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{-9+5}{15} = -\frac{4}{15}$$


$$\frac{1 \times 5 + 3 \times 4}{4 \times 5}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8-3}{12} = \frac{5}{12}$$

$$-\frac{1}{4} - \frac{2}{3} = \frac{-3-8}{12} = -\frac{11}{12}$$

# NÁSOBENÍ A DĚLENÍ ZLOMKŮ

- Při určování znaménka součinu (podílu) platí stejná pravidla jako při násobení a dělení celých čísel.
- Pokud to jde, tak před násobením zlomky zkrátíme („pod sebou“ nebo „křížem“; vždy čitatele se jmenovatelem).
- Násobíme čitatele s čitatelem a jmenovatele se jmenovatelem.
- Zlomky dělíme tak, že násobíme zlomkem převráceným.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{3} : \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{6}$$



# PŘEVOD

- Převod zlomku na desetinné číslo

a) pokud lze, převedeme na desetinné zlomky a pak na desetinné číslo

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6$$

b) dělíme čitatele zlomku jmenovatelem do té doby, než je zbytek nula nebo se cifry začnou opakovat

$$\frac{3}{5} \rightarrow 3:5 = 0,6$$

# PŘEVOD

- Převod desetinného čísla na zlomek

$$0,9 = \frac{9}{10}$$

$$12,03 = \frac{1203}{100}$$

- Smíšené číslo

$$2\frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{13}{5}$$

$$\frac{16}{3} = \frac{15 + 1}{3} = 5\frac{1}{3}$$

# POROVNÁNÍ ZLOMKŮ

- a) pokud mají zlomky stejný jmenovatel, pak větší je ten s větším čitatelem

$$\frac{2}{4} < \frac{5}{7}$$

- b) pokud mají zlomky stejný čítelel, pak větší je ten s menším jmenovatelem

$$\frac{2}{4} > \frac{2}{9}$$

- c) pokud zlomky nemají stejný čítelel ani jmenovatel, tak je převedeme tak, aby měly stejný jmenovatel a porovnáme

$$\frac{2}{3} \square \frac{3}{4} \rightarrow \frac{8}{12} \square \frac{9}{12} \rightarrow \frac{8}{12} < \frac{9}{12}$$

# MOCNINY, ODMOCNINY

- druhá mocnina je  $a \cdot a = a^2$



- druhá mocnina je vždy nezáporné číslo

! 0

$$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$$
$$(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16$$
$$-4^2 = -4 \cdot 4 = -16$$
$$0^2 = 0$$

# DRUHÁ MOCNINA

- **druhá mocnina velkého čísla** končícího nulou má dvojnásobný počet nul než dané číslo

$$\begin{aligned}10^2 &= 100 \\100^2 &= 10\,000 \\1\,000^2 &= 1\,000\,000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}20^2 &= 400 \\400^2 &= 160\,000 \\5\,000^2 &= 25\,000\,000\end{aligned}$$

- **druhá mocnina desetinného čísla** má dvojnásobný počet desetinných míst než dané číslo

$$\begin{aligned}0,1^2 &= 0,01 \\0,01^2 &= 0,0001 \\0,001^2 &= 0,000001\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0,3^2 &= 0,09 \\0,06^2 &= 0,0036 \\0,008^2 &= 0,000064\end{aligned}$$

# DRUHÁ MOCNINA

- druhá mocnina zlomku
  - umocníme čitatele a jmenovatele zlomku zvlášť

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\left(-\frac{8}{2}\right)^2 = \frac{64}{4} = 16$$

$$\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{5^2}{7^2} = \frac{25}{49}$$

$$\frac{2^2}{9} = \frac{4}{9}$$

- druhá mocnina součinu

$$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$$

$$(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$$

# DRUHÁ ODMOCNINA

- druhá odmocnina z nezáporného čísla  $a$  je takové nezáporné číslo  $b$ , pro které platí:

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a$$

$$\sqrt{13^2} = 13$$

$$\sqrt{25} = 5 \longrightarrow 5^2 = 25$$

$$\sqrt{0} = 0$$

- druhá odmocnina ze záporného čísla v oboru reálných čísel neexistuje

# DRUHÁ ODMOCNINA

- druhá odmocnina čísla má poloviční počet nul než dané číslo

$$\sqrt{100} = 10$$

$$\sqrt{250\,000} = 500$$

$$\sqrt{10\,000} = 100$$

$$\sqrt{1\,000\,000} = 1\,000$$

$$\sqrt{3600} = 60$$

$$\sqrt{9\,000\,000} = 3\,000$$

- druhá odmocnina čísla má poloviční počet desetinných míst než dané číslo

$$\sqrt{0,01} = 0,1$$

$$\sqrt{1,44} = 1,2$$

$$\sqrt{0,0001} = 0,01$$

$$\sqrt{0,0009} = 0,03$$

$$\sqrt{0,25} = 0,5$$

$$\sqrt{0,04} = 0,2$$



# DRUHÁ ODMOCNINA

- druhá odmocnina ze součinu

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt{9 \cdot 4} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6$$

- druhá odmocnina ze zlomku

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}$$

# ZLOMKY, MOCNINY, ODMOCNINY – ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Vypočítejte a výsledek zapište smíšeným číslem:

$$4 : \frac{2}{5} - 0,5 = \frac{4^2}{1} \cdot \frac{5}{2} - \frac{5^1}{10^2} = \frac{10}{1} - \frac{1}{2} = \frac{20-1}{2} = \frac{19}{2} = \frac{18+1}{2} = 9\frac{1}{2}$$

Vypočítejte a výsledek zapište zlomkem:

$$\frac{\frac{1}{4} - \frac{2}{3}}{0,2 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{3-8}{12}}{\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{-\frac{5}{12}}{\frac{1}{15}} = -\frac{5}{12} : \frac{1}{15} = -\frac{5}{12} \cdot \frac{15}{1} = -\frac{25}{4}$$

Vypočítejte a výsledek zapište smíšeným číslem:

$$\frac{\sqrt{4}}{2^2} \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^2 - \frac{2^2}{3} \cdot \sqrt{1} = \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{4}_2} \cdot \frac{1}{4} - \frac{4}{3} \cdot 1 = \frac{1}{8} - \frac{4}{3} = \frac{3-32}{24} = -\frac{29}{24} =$$
$$= \frac{-24+5}{24} = -1\frac{5}{24}$$

Vypočítejte:

$$\frac{\sqrt{9 \cdot 16}}{2^2} - \sqrt{400} \cdot 0,1 = \frac{3 \cdot \cancel{4}^1}{\cancel{4}_1} - \cancel{20}^2 \cdot \frac{1}{\cancel{10}_1} = 3 - 2 = 1$$

Vypočítejte a výsledek zapište desetinným číslem:

$$\frac{\sqrt{9+42}}{\sqrt{25}} - \frac{2^2}{5} = \frac{5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} = 0,2$$

Vypočítejte:

$$\begin{aligned} & (\sqrt{4} - 4)^2 + (2 - \sqrt{5} - \sqrt{4})^2 - (2 \cdot 5)^2 = \\ & = (2 - 4)^2 + (2 - \sqrt{5} - 2)^2 - 10^2 = (-2)^2 + (-\sqrt{5})^2 - 100 = \\ & = 4 + 5 - 100 = -91 \end{aligned}$$

Vypočítejte:

$$\frac{(-3)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}}{\left(\frac{2}{4}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{3^2}} - 2^2 = \frac{\overset{1}{\cancel{4}} - 1}{\underset{4}{\cancel{16}} - \underset{9}{\overset{1}{\cancel{3}}}} - 4 = \frac{8}{\frac{3-4}{12}} - 4 = 8 : \left(-\frac{1}{12}\right) - 4 =$$

$$= 8 \cdot (-12) - 4 = -96 - 4 = -100$$

# ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

## 1. Číselné výrazy

- zápis čísel a početních operací
- výrazy bez závorek
  - pozor na pořadí početních operací:
    1. spočítáme mocniny a odmocniny
    2. násobíme a dělíme
    3. sčítáme a odčítáme

$$5 + \sqrt{25} \cdot 3 - 2^2 : 2 = 5 + 5 \cdot 3 - 4 : 2 = 5 + 15 - 2 = 18$$

- výrazy se závorkami

- nejprve odstraníme závorky (začínáme těmi „uvnitř“)

$$\begin{aligned} 4 - 3 \cdot [(4^2 : 8 + 1) + 7 \cdot (\sqrt{49} - 9)] + 2 &= 4 - 3 \cdot [(16 : 8 + 1) + 7 \cdot (7 - 9)] + 2 = \\ &= 4 - 3 \cdot [3 + 7 \cdot (-2)] + 2 = 4 - 3(3 - 14) + 2 = 4 - 3 \cdot (-11) + 2 = 4 + 33 + 2 = 39 \end{aligned}$$

# ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

## 2. Výrazy s proměnnou (algebraické výrazy)

- proměnná = písmenko, za které lze dosadit číslo
- koeficient = člen v jednočlenu
  - pokud za proměnnou dosadíme číslo, získáme číselný výraz, jehož hodnotu lze spočítat

$$2x - 4y + z^2 \quad \text{pro } x = -3; y = 1; z = -2$$
$$\rightarrow 2 \cdot (-3) - 4 \cdot 1 + (-2)^2 = -6 - 4 + 4 = -6$$

# MNOHOČLENY

- **mnohočlen** – součet jednočlenů (dvojčlen, trojčlen, ...)
- **jednočlen** – číslo, proměnná, součin čísel a proměnných

## Úpravy mnohočlenů:

- součiny stejných proměnných zapisujeme jako mocniny
- tečky označující násobení většinou vynecháváme
- závorky u záporných koeficientů vynecháváme



# MNOHOČLENY

## Sčítání a odčítání mnohočlenů:

- pokud mnohočlen obsahuje závorky, tak je odstraníme
- sečteme (odečteme) koeficienty členů, které mají stejné proměnné se stejnými mocninami

## Násobení mnohočlenů:

- **násobení mnohočlenu jednočlenem**
  - jednočlenem vynásobíme každý člen mnohočlenu a získané jednočleny sečteme (pokud to lze)
- **násobení mnohočlenu mnohočlenem**
  - každý člen prvního mnohočlenu vynásobíme každým členem druhého mnohočlenu a získané jednočleny sečteme (pokud to lze)

# NÁSOBENÍ UŽITÍM VZORCŮ

- druhá mocnina součtu:

$$(a+b) \cdot (a+b) = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

- druhá mocnina rozdílu:

$$(a-b) \cdot (a-b) = (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

- součin součtu a rozdílu:

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

# ROZKLAD MNOHOČLENŮ NA SOUČIN

- vytýkáním:
  - před závorku vytkneme společného dělitele všech členů
- rozklad užitím vzorců:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b) \cdot (a-b)$$

# ALGEBRAICKÉ VÝRAZY – ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Upravte výraz:

$$\frac{(x+3)}{3} - \frac{x}{4} - 1 = \frac{4(x+3) - 3x - 12}{12} = \frac{4x + 12 - 3x - 12}{12} = \frac{x}{12}$$

Vypočítejte chybějící část výrazu, запиšte výraz jako druhou mocninu dvojčlehu:

$$9a^2 - \underbrace{\dots}_{-6ab} + b^2 = 9a^2 - 6ab + b^2 = (3a - b)^2$$

$\Downarrow$   $\sqrt{9a^2} = 3a$        $\Downarrow$   $\sqrt{b^2} = b$        $\rightarrow -2 \cdot 3a \cdot b = -6ab$

Dělte mnohočlen jednočlenem:

$$(4a^2 + 2b) : 2 = 4a^2 : 2 + 2b : 2 = 2a^2 + b$$

$$(10x^3y^5 + 20x^2y^3) : 5x^2y^3 = 10x^3y^5 : 5x^2y^3 + 20x^2y^3 : 5x^2y^3 =$$
$$= 2xy^2 + 4 = 2(xy^2 + 2)$$

Vynásobte jednočleny:

$$\underline{10a} \cdot \underline{bc^2} \cdot \underline{2ab^2} \cdot \underline{3ac^2} = 60a^3b^3c^4$$

Vynásobte dvojčleny:

$$(2a + 3b)(x + y) = 2ax + 2ay + 3bx + 3by$$

$$(3x - 5)(2x + 1) = 6x^2 + 3x - 10x - 5 = 6x^2 - 7x - 5$$

Sečtěte mnohočleny:

$$\begin{aligned} & 2a - [2a + b - (3a - 2b) - (a - b)] = \\ & = 2a - (\underline{2a} + \underline{b} - \underline{3a} + \underline{2b} - \underline{a} + \underline{b}) = \\ & = 2a - (-2a + 4b) = 2a + 2a - 4b = 4a - 4b = 4(a - b) \end{aligned}$$

# DĚKUJI ZA POZORNOST!

---

Zdroj:

Přijímačky v pohodě 2021 – Vydavatelství TAKTIK, 5. vydání 2020

