

1 bod

1 Vypočtete:

$$(-0,8)^2 + 0,6^2 = 0,64 + 0,36 = \underline{\underline{1}}$$

Druhá mocnina desetinného čísla má dvojnásobný počet desetinných míst než je dané číslo.

max. 2 body

2

2.1 Z dvouhodinové přednášky již tři pětiny uplynuly.

Vypočtete, kolik minut zbývá do konce přednášky.

Čas a časové údaje

Délka přednášky: 2 hod = 120 minut

uplynuly $\Rightarrow \frac{3}{5}$ přednášky

Zbývá $\Rightarrow \frac{2}{5}$ přednášky $(\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5})$

$$1 \cdot \frac{2}{5} \cdot \cancel{120}^{24} \text{ minut} = 2 \cdot 24 = \underline{\underline{48}} \text{ minut}$$

Převody jednotek

2.2 Objemy dvou laboratorních nádob jsou $V_1 = 9\,500 \text{ mm}^3$, $V_2 = 0,001 \text{ m}^3$.

Vypočtete, o kolik cm^3 se liší objemy V_1 , V_2 těchto laboratorních nádob.

$V_1 = 9\,500 \text{ mm}^3 = 9,5 \text{ cm}^3$ (posuneme desetinnou čárku o 3 místa převádíme z jednotky menší na větší, posouváme vlevo)

$V_2 = 0,001 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$ (posuneme desetinnou čárku o 6 míst, převádíme z jednotky větší na menší, posouváme vpravo)

$$V_2 - V_1 = 1\,000 \text{ cm}^3 - 9,5 \text{ cm}^3 = \underline{\underline{990,5 \text{ cm}^3}}$$

Zlomky

3 Vypočtěte a výsledek запиšte zlomkem v základním tvaru.

max. 4 body

$$3.1 \quad \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{13} - \frac{1}{2}\right) = \frac{3+10}{12} \cdot \frac{10-13}{26} = \frac{13}{12} \cdot \left(-\frac{3}{26}\right) =$$
$$= -\frac{1}{8}$$

$$3.2 \quad \frac{\frac{7}{6} \cdot 4 - 4 \cdot \frac{5}{12}}{\frac{6}{5}} = \frac{\frac{14}{3} - \frac{5}{3}}{\frac{6}{5}} = \frac{\frac{9}{3}}{\frac{6}{5}} =$$
$$= \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$$

4

4.1

Algebraické výrazy \Rightarrow násobení užitím vzorců

max. 4 body

$$x^2 - 16 = \underline{\underline{(x-4)(x+4)}}$$

pomůcka: \Downarrow

$$\sqrt{x^2} = x$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ a^2 - b^2 &= (a-b)(a+b) \\ \sqrt{a^2 + b^2} &\Rightarrow \text{není vzorec!} \end{aligned}$$

4.2 Umocněte a zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

$$(3x + 2)^2 = \underline{\underline{9x^2 + 12x + 4}}$$

↓
druhá mocnina součtu $\Rightarrow (a+b)^2$

4.3 Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

$$(2x + 6) \cdot (4x - 5) + \underbrace{(3 - 5)}_{-2} \cdot 2x - 5x \cdot \underbrace{(x - 2x)}_{-x} =$$
$$= \underline{8x^2} - \underline{10x} + \underline{24x} - 30 - \underline{4x} + \underline{5x^2} = 13x^2 + 10x - 30$$

5 Řešte rovnici:

5.1

$$\underline{6,4} - x - 2 = \underline{1,2} - \underline{2,6x}$$

$$-x + 2,6x = 1,2 - 6,4 + 2$$

$$1,6x = -3,2 \quad /: 1,6$$

$$x = -2$$

max. 4 body

Lineární rovnice o jedné neznámé

Samozřejmě mohu v prvním kroku vynásobit rovnici č. 10 ☺

$$5.2 \quad \frac{10x+6}{16} - \frac{2x}{4} = \frac{8-2x}{10} + \frac{4x-2}{20}$$

$\cdot 80 \Rightarrow$ společný jmenovatel

$$5(10x+6) - 20 \cdot 2x = 8(8-2x) + 4(4x-2)$$

$$\underline{50x} + 30 - \underline{40x} = 64 - \cancel{16x} + \cancel{16x} - 8$$

$$10x = 64 - 8 - 30$$

$$10x = 26 \quad /:10$$

$$x = \frac{26}{10} = \frac{13}{5}$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Tři vázy mají různé velikosti.

Objem velké vázy je o polovinu větší než objem střední vázy.

Objem střední vázy je čtyřikrát větší než objem malé vázy.

max. 3 body

6 Neznámý objem střední vázy označte x .

6.1 V závislosti na veličině x vyjádřete objem velké vázy.

6.2 V závislosti na veličině x vyjádřete objem malé vázy.

6.3 Všechny tři vázy dohromady mají objem 5,5 litru.

Vypočítejte v litrech objem střední vázy.

Střední váza ... x

6.1 \Rightarrow velká váza $x + \frac{1}{2}x$ (je o polovinu větší než střední váza " x ")

6.2 \Rightarrow malá $\frac{1}{4}x$ (mohu zapsat také jako $\frac{x}{4}$) \Rightarrow víme, že střední váza je $4x$ větší, malá je tedy $4x$ menší)

$$6.3 \quad \frac{x}{4} + x + \left(x + \frac{x}{2}\right) = 5,5 \quad / \cdot 4$$

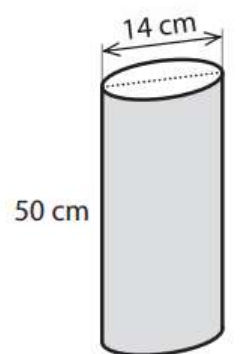
$$x + 4x + 4x + 2x = 5,5$$

$$11x = 22 \Rightarrow x = 2$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Škrabací sloupek pro kočky má tvar rotačního válce.
Válec má výšku 50 cm a jeho podstava má průměr 14 cm.
Obě podstavy jsou bílé, plášť válce je šedý.

(Za π dosazujte $\frac{22}{7}$.)



max. 3 body

7 Vypočítejte v cm^2

7.1 obsah jedné podstavy válce,

7.2 obsah pláště válce.

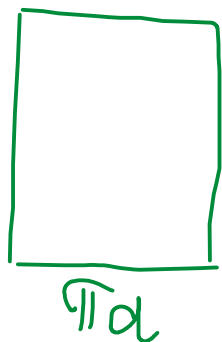
7.1 Známe výšku $r = 50 \text{ cm}$ a známe průměr podstavy
 $d = 14 \text{ cm}$

Obsah podstavy $S_p = \pi r^2$
 $S_p = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$

$r = \text{poloměr} \Rightarrow$
polovina průměru
 $d = \text{průměr}$

$$S_p = \frac{22}{7} \cdot \left(\frac{14}{2}\right)^2 = \frac{22}{7} \cdot 7^2 = 22 \cdot 7 = \underline{\underline{154 \text{ cm}^2}}$$

7.2 Obsah pláště $S_{pl} = 2\pi r \cdot n \Rightarrow \pi \cdot d \cdot n$



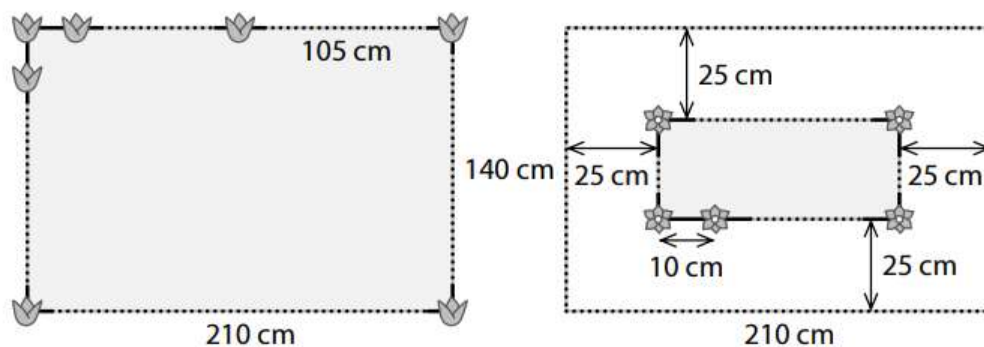
$$S_{pl} = \frac{22}{7} \cdot 14 \cdot 50 = 22 \cdot 100 = \underline{\underline{2200 \text{ cm}^2}}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Obdélníkový záhon má rozměry 210 cm a 140 cm.

(8.1) Záhon bude po obvodu osázen tulipány ve **stejných** rozestupech. Rozestupy mezi sousedními tulipány musí být **co největší**, přitom tulipán musí být v každém rohu záhonu a také uprostřed delší strany.

(8.2) Uvnitř záhonu je vyznačen menší obdélník. V jeho rozích a po jeho obvodu budou v 10centimetrových rozestupech vysázeny narcisy. Každý narcis bude vzdálen 25 cm od nejbližšího okraje záhonu.



Rozměry rostlin zanedbáváme.

max. 4 body

8

8.1 Vypočítejte v cm rozestup mezi sousedními tulipány.

8.2 Vypočítejte, kolik narcisů bude vysázeno.

8.1 vzdálenost v cm \Rightarrow 210 cm a 140 cm

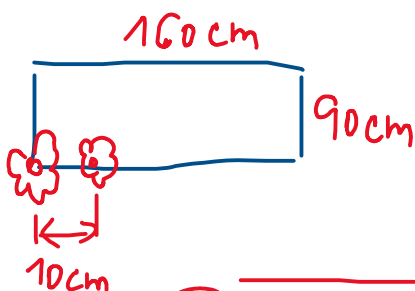
$210 = 2 \cdot 105$ (tulipán musí být uprostřed delší strany)

Rozestup mezi tulipány musí být dělitelem obou vzdáleností

$$105 = 5 \cdot 21 = 5 \cdot 3 \cdot 7 = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$140 = 2 \cdot 70 = 2 \cdot 2 \cdot 35 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \quad D(105, 140) = 5 \cdot 7 = \underline{\underline{35}}$$

8.2



Delka str. menšího obdélníku

$$210 - 2 \cdot 25 = 160 \text{ cm}$$

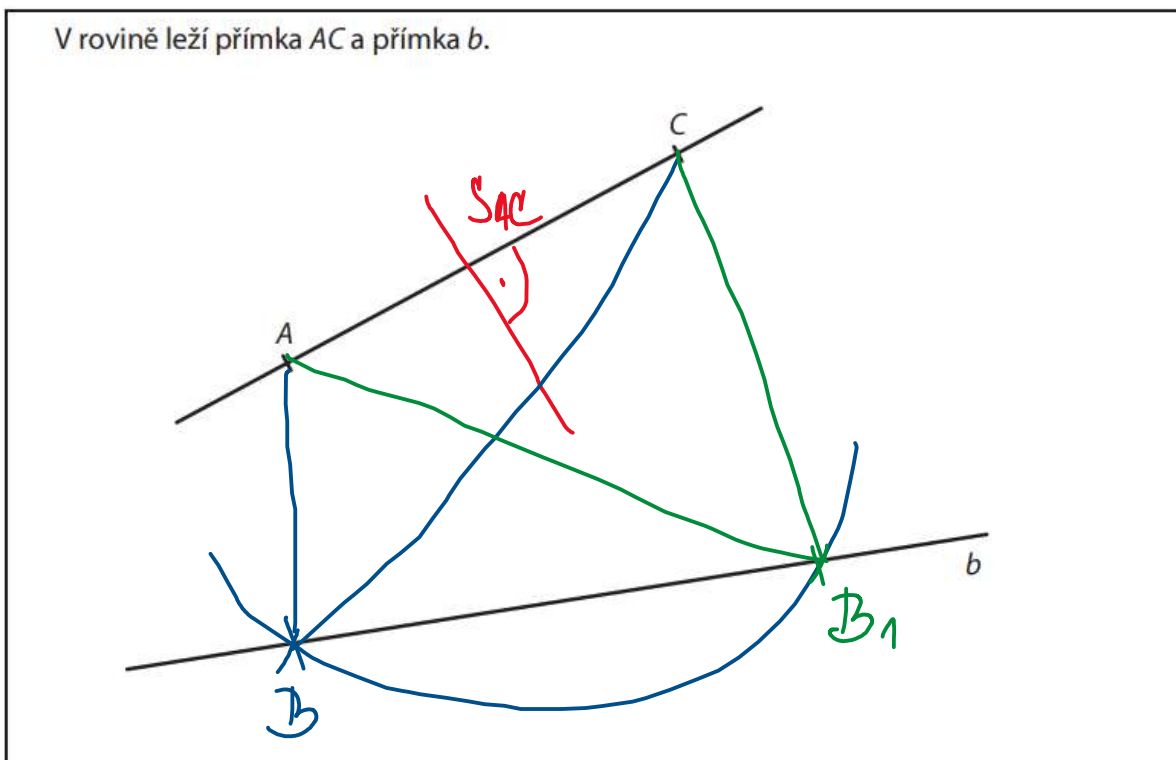
$$140 - 2 \cdot 25 = 90 \text{ cm}$$

Narcisy sázíme jen pol obvodu!

$$\textcircled{2} (160:10 + 90:10) = 2 \cdot (16 + 9) = 2 \cdot 25 = \underline{\underline{50}}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině leží přímka AC a přímka b .



max. 2 body

- 9 Body A, C jsou vrcholy trojúhelníku ABC. Na přímce b leží vrchol B. Délka těžnice t_b na stranu AC je 6 cm.

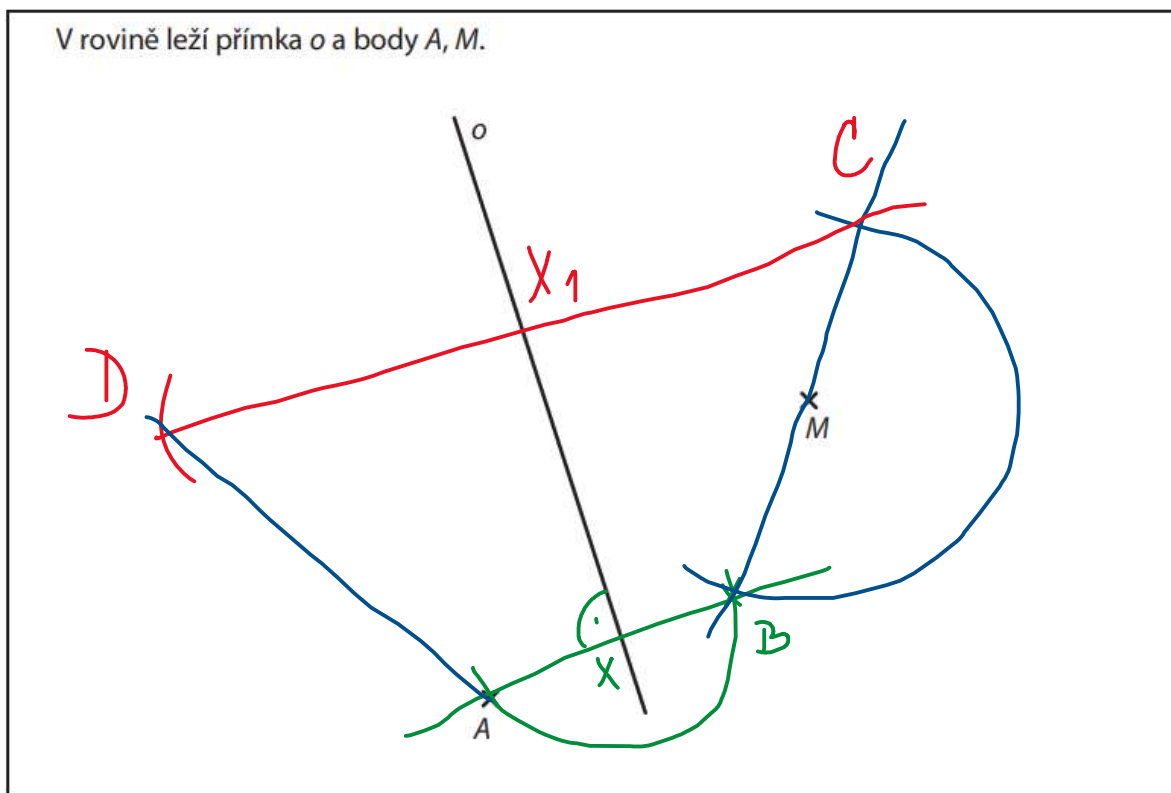
Sestrojte vrchol B trojúhelníku ABC, **označte** jej písmenem a trojúhelník **narýsujte**. Najděte všechna řešení.

Do kružítka si vezmeme rozměr 6 cm (délka těžnice t_b) a opišeme kružnici, která má vzdálenost od bodu S_{AC} (polovina úsečky $|AC|$) 6 cm.

Tím dostaneme dva vrcholy $\triangle ABC$.

Jsou dvě řešení $\Rightarrow \triangle ABC$ a $\triangle AB_1C$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10



max. 3 body

- 10 Bod A je vrchol rovnoramenného lichoběžníku $ABCD$, bod M je střed jeho ramene BC . Přímka o je osou lichoběžníku $ABCD$.

Sestrojte vrcholy B, C, D lichoběžníku $ABCD$, **označte** je písmeny a lichoběžník **narýsujte**.

- 1) Udeleme přímku z bodu A , která je kolmá k ose o .
- 2) Vezmeme do kružítka rozměr úsečky $|AX|$ a opišeme kružnicí z bodu X . Tím dostaneme vrchol B .
- 3) Narýsujeme přímku, která prochází body B a M .
Protože se jedná o rovnoramenný lichoběžník, jsou úsečky $|BC|$ a $|AD|$ stejně dlouhé. Bod M je střed ramene $|BC|$.
- 4) Do kružítka vezmeme vzdálenost úsečky $|BM|$ a opišeme kružnicí. Vznikne vrchol C .
- 5) Narýsujeme úsečku, která je kolmá k ose o a prochází bodem C .
- 6) Z bodu X_1 opišeme kružnicí, která má vzdálenost $|CX_1|$ a dostaneme vrchol D .

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Všichni pracovníci natírají plot stejným tempem.
Polovinu plotu by natřeli **všichni** pracovníci společně za 6 hodin.

max. 4 body

11 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

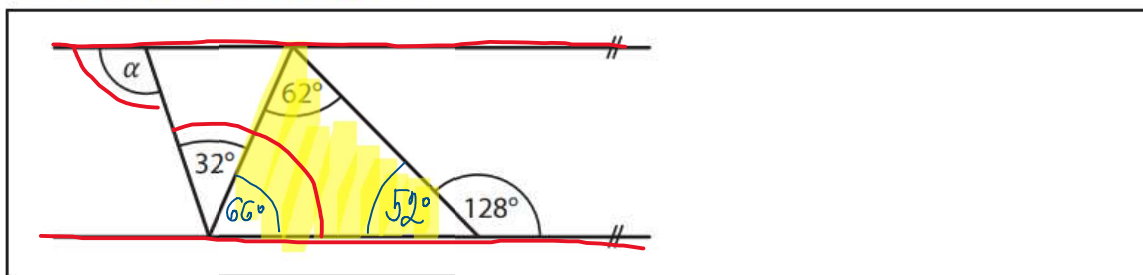
- | | | A | N |
|------|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 11.1 | Celý plot by natřeli všichni pracovníci společně za 9 hodin. | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 11.2 | Polovinu plotu by natřela třetina pracovníků společně za 18 hodin. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 11.3 | Čtvrtinu plotu by natřela čtvrtina pracovníků společně za 12 hodin. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

11.1 $\frac{1}{2}$ plotu ... všichni pracovníci ... 6 hodin
 + zn. 1 plot ... ~~11~~ ... 12 hodin
 NEPRAVDIVÉ TVRZENÍ

11.2. $\frac{1}{2}$ plotu ... všichni pracovníci ... 6 hodin
 $\frac{1}{2}$ plotu ... $\frac{1}{3}$ pracovníků ... 18 hodin
 $6 \cdot 3 = 18$ PRAVDIVÉ

11.3 $\frac{1}{2}$ plotu ... všichni pracovníci ... 6 hodin
 $\frac{1}{4}$ plotu ... ~~11~~ ... 3 hod ($6 : 2 = 3$)
 $\frac{1}{4}$ plotu ... $\frac{1}{4}$ pracovníků ... 12 hod
 $3 \cdot 4 = 12$ PRAVDIVÉ

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 12



2 body

12 Jaká je velikost úhlu α ?

Velikosti úhlů neměřte, ale vypočtěte.

- A) menší než 98°
- B) 98°
- C) 100°
- D) 102°
- E) větší než 102°

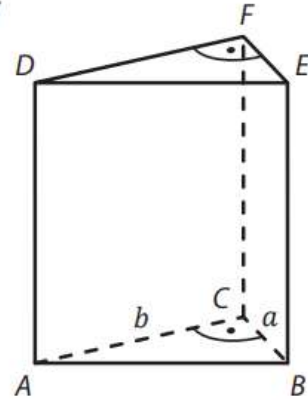
Vedlejší úhel k úhlu 128° je 52° ($180^\circ - 128^\circ$)
 Ve vyznačeném \triangle platí $180^\circ - (62^\circ + 52^\circ) \Rightarrow 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$
 Čerrene^v vyznačené přímky jsou rovnoběžné, proto čerrene^v
 vyznačené úhly (střídavé \sphericalangle) mají stejnou velikost.

$$\sphericalangle \alpha = 32^\circ + 66^\circ = \underline{\underline{98^\circ}}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Podstavou kolmého trojbokého hranolu $ABCDEF$ je pravoúhlý trojúhelník s odvěsnami délek $a = 9 \text{ cm}$ a $b = 12 \text{ cm}$.

Obsah největší boční stěny $ABED$ je 300 cm^2 .



2 body

13 Jaký je povrch hranolu?

- A) 828 cm^2
- B) 888 cm^2
- C) 936 cm^2
- D) 1 008 cm^2
- E) 1 080 cm^2

Známe délky odvěsen pravoúhl. Δ

$$a = 9 \text{ cm}$$

$$b = 12 \text{ cm}$$

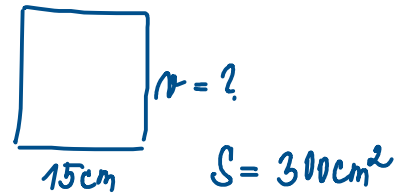
Délku přepony $|AB|$ spočítáme pomocí Pythagorovy věty $c^2 = a^2 + b^2$

$$c = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{181 + 144} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

Dále spočítáme výšku hranolu pomocí vzoru pro obsah obdélníku $\Rightarrow S = a \cdot b$

$$300 = 15 \cdot h$$

$$h = \frac{300}{15} = 20 \text{ cm}$$



Nyní spočítáme obsah podstavy hranolu $\Rightarrow S_p = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{9 \cdot 12}{2} = \frac{108}{2} = 54 \text{ cm}^2$

Dále spočítáme obvod podstavy, což je obvod trojúhelníku:

$$o_p = a + b + c = 9 + 12 + 15 = 36 \text{ cm}$$

Dále potřebuji znát obsah pláště hranolu: $S_{pl} = h \cdot (a + b + c) = 20 \cdot 36 = 720 \text{ cm}^2$
výška x obvod podstavy

A nyní spočítáme povrch hranolu \Rightarrow viz obrázek

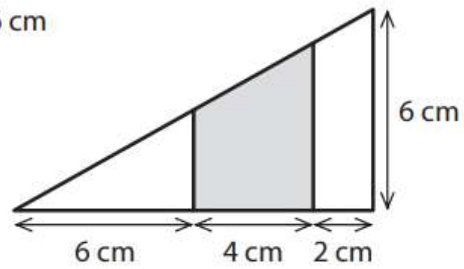
$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl} = 2 \cdot 54 + 720 = 108 + 720 = 828 \text{ cm}^2$$

2x obsah podstavy + obsah pláště

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Pravoúhlý trojúhelník s odvěsnami délek 12 cm a 6 cm je dvěma úsečkami rovnoběžnými s kratší odvěsnou rozdělen na tři rovinné útvary.

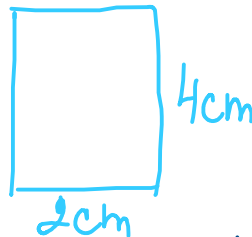
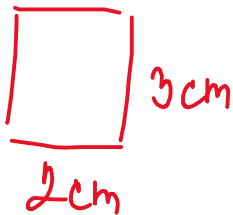
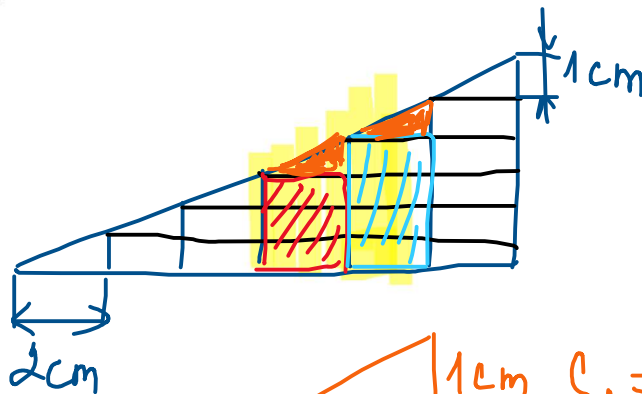
Úsečky rozdělily delší odvěsnu na tři úseky délek 6 cm, 4 cm a 2 cm.



2 body

14 Jaký je obsah tmavého útvaru?

- A) 15 cm²
- B) 18 cm²
- C) 20 cm²
- D) 21 cm²
- E) jiný obsah



$$S_{\Delta} = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1 \text{ cm}^2$$

$$S = a \cdot b = 2 \cdot 3 = 6 \text{ cm}^2$$

$$S = 2 \cdot 4 = 8 \text{ cm}^2$$

Obsahy sečteme:

$$S = 6 \text{ cm}^2 + 8 \text{ cm}^2 + 1 \text{ cm}^2 + 1 \text{ cm}^2 = 16 \text{ cm}^2$$

max. 6 bodů

15 Přiřaďte ke každé úloze (15.1–15.3) odpovídající výsledek (A–F).

15.1 Roční čtenářský poplatek již zaplatilo 40 % všech čtenářů knihovny, a poplatek tak musí zaplatit ještě zbývajících 264 čtenářů.

Kolik čtenářů má knihovna?

440

$$\text{Nezaplatilo } 100\% - 40\% = 60\%$$

$$60\% \dots 264 \text{ čtenářů}$$

$$1\% \dots \frac{264}{60} = 4,4$$

$$\Rightarrow 100\% \cdot 4,4 = \underline{\underline{440}}$$

15.2 Do školní družiny se přihlásilo 540 žáků, což je o pětinu více, než činí kapacita družiny.

Kolik žáků činí kapacita družiny?

450

540 žáků ... o $\frac{1}{5}$ více než je kapacita

kapacita tedy je $\frac{6}{5}$ žáků $(\frac{5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{6}{5})$

$\frac{1}{5}$ kapacity $540 : 6 = 90$ žáků

kapacita družiny je tedy $90 \cdot 5 = 450$ žáků

15.3 Do školního tanečního kroužku chodí 25 žáků, což je 5 % všech žáků školy. Kroužek juda navštěvuje 20 žáků školy, přičemž čtvrtina z nich chodí navíc do tanečního kroužku.

Kolik žáků školy nechodí ani do tanečního kroužku, ani do kroužku juda? _____

- A) 400
- B) 420
- C) 440
- D) 450
- E) 460
- F) jiný počet

Taneční kroužek ... 5% ... 25 žáků
Všech žáků školy ... 100% ... x žáků
tj. 1% ... $25 : 5 = 5$
100% ... $100 \cdot 5 = 500$ všech žáků

Kroužek judo ... 20 žáků $\Rightarrow \frac{1}{4}$ z nich chodí také do tanečního kroužku

Oba kroužky tedy $\frac{1}{4}$ z 20 $\Rightarrow 20 : 4 = 5$ žáků
Aspoň 1 kroužek ... 40 žáků
 25 žáků (taneční) + 20 žáků (judo) - 5 žáků (oba kroužky)
 $= 40$ žáků

Do žádného kroužku nechodí $500 - 40 = 460$ žáků