

II. kolo kategorie Z6

Z6–II–1

Žáci dostali přirozené číslo menší než 100. Aleš dané číslo zaokrouhlil na desítky. Bára dané číslo zaokrouhlila na stovky. Cyril dané číslo vynásobil dvěma. Dana zaokrouhlené Alešovo a Bářino číslo sečetla. Eva od Danina čísla odečetla Cyrilovo číslo. František oznámil Evin výsledek, a ten byl 30.

Které číslo mohli žáci dostat? Určete všechny možnosti. (E. Semerádová)

Možné řešení. Danino číslo (součet Alešova a Bářina čísla) bylo o 30 větší než Cyrilovo (dvojnásobek daného čísla).

Pokud by dané číslo bylo menší než 50, pak by Bářino číslo bylo nula (zaokrouhlení na stovky). V takovém případě by Danino číslo bylo stejné jako Alešovo, a to nemůže být větší než Cyrilovo číslo. Tedy dané číslo bylo alespoň 50.

Zaokrouhlené Alešovo a Bářino číslo, a proto i Danino číslo, bylo násobkem desíti. Také rozdíl Danina a Cyrilova čísla byl násobkem desíti. Tedy dané číslo bylo násobkem pěti.

Pro čísla od 50 do 99, která jsou násobky pěti, probereme všechny možnosti:

dáno	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95
Aleš	50	60	60	70	70	80	80	90	90	100
Bára	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Cyřil	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
Dana	150	160	160	170	170	180	180	190	190	200
Eva	50	50	40	40	30	30	20	20	10	10

Žáci mohli dostat buď číslo 70, nebo 75.

Hodnocení. 2 body za dílčí pozorování týkající se daného čísla; po 1 bodu za každou správnou možnost; 2 body za úplnost komentáře.

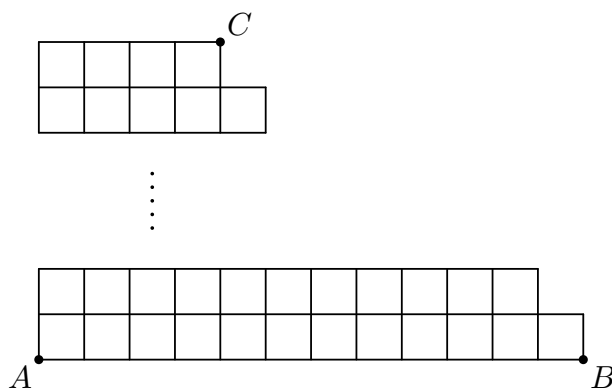
Z6–II–2

Ze shodných čtverců se stranou délky 1 cm je složen útvar s následujícími vlastnostmi:

- Útvar je tvořen řadami sousedících čtverců.
- Spodní řada sestává ze dvanácti čtverců.
- Každá vyšší řada začíná zleva stejně jako řada pod ní, má však o jeden čtverec méně.
- Horní řadu tvoří čtyři čtverce.

Vrcholy spodní strany útvaru jsou označeny A a B , pravý vrchol horní strany je označen C .

Určete obsah trojúhelníku ABC . (E. Novotná, K. Pazourek)



Možné řešení. Nejprve určíme počet řad útvaru. Těch je tolik, kolik je celých čísel od 4 do 12, a to je 9.

Obsah trojúhelníku ABC je poloviční vzhledem k obdélníku tvořenému 9 řadami po 12 čtvercích. Obsah trojúhelníku ABC je

$$\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 9 = 54 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Hodnocení. 3 body za počet řad útvaru; 3 body za obsah trojúhelníku.

Z6–II–3

V zemi Binárii žijí matematici několika úrovní. Všichni matematici stejné úrovně vyřeší za den stejný počet příkladů. Matematik vyšší úrovně vyřeší za den dvojnásobné množství příkladů než matematik předchozí úrovně. Tři matematici páté úrovně vyřeší za den o tisíc příkladů víc než čtyři matematici druhé úrovně.

Kolik příkladů vyřeší za den jeden matematik druhé úrovně?

(*K. Pazourek, M. Petrová*)

Možné řešení. Nejprve porovnáme výkonnosti matematiků různých úrovní:

- Matematik 3. úrovně vyřeší za den dvojnásobek toho, co matematik 2. úrovně.
- Matematik 4. úrovně vyřeší za den dvojnásobek toho, co matematik 3. úrovně, tj. čtyřnásobek toho, co matematik 2. úrovně.
- Matematik 5. úrovně vyřeší za den dvojnásobek toho, co matematik 4. úrovně, tj. čtyřnásobek toho, co matematik 3. úrovně, tj. osminásobek toho, co matematik 2. úrovně.

Tři matematici 5. úrovně vyřeší za den tolik, co 24 matematiků 2. úrovně ($3 \cdot 8 = 24$). To je podle zadání o 1000 příkladů víc, než vyřeší čtyři matematici 2. úrovně. Tedy 20 matematiků 2. úrovně vyřeší za den 1000 příkladů ($24 - 4 = 20$).

Jeden matematik 2. úrovně vyřeší za den 50 příkladů ($1000 : 20 = 50$).

Hodnocení. 2 body za porovnání matematiků různých úrovní; 2 body za pomocné výpočty; 2 body za výsledek.